

Пусть есть нормально распределённая случайная величина X . В эксперименте есть возможность подействовать на неё некоторым фактором, причём на k различных уровнях (в том числе не действовать никак). При этом случайная величина остаётся нормально распределённой, более того дисперсия случайной величины не изменяется. Предметом нашего изучения является вопрос: изменилось ли её математическое ожидание в результате воздействия этого фактора.

Анализ, как следует из названия метода, будет вестись на основе вычисления дисперсий.

Пусть при воздействии фактора на уровне с номером j было произведено M_j экспериментов ($j=1,2,3,\dots,k$). В этом случае всего экспериментов будет произведено

$$N = \sum_{j=1}^k M_j$$

Обозначим X_{ij} результат в i -ом эксперименте при воздействии фактора на j -ом уровне. То есть при воздействии фактора на j -ом уровне получены результаты $X_{1j}, X_{2j}, X_{3j}, \dots, X_{M_j j}$.

Выборочное среднее находится обычным способом, как среднее арифметическое всех N экспериментов

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{M_j} X_{ij}$$

Найдём групповые средние для каждого уровня в отдельности

$$\bar{x}_j = \frac{1}{M_j} \sum_{i=1}^{M_j} X_{ij}$$

Теперь находим «факторную» дисперсию

$$S_{\text{факт}}^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{j=1}^k M_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2$$

И «остаточную» дисперсию

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{1}{N-k} \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{M_j} (X_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

В качестве статистического критерия выбирают величину

$$F = \frac{S_{\text{факт}}^2}{S_{\text{ост}}^2}$$

Если F слишком большое, то различие групповых средних значимо.

Осталось решить вопрос, что такое «слишком большое». Математики доказали, что при указанных выше предположениях (нормальности случайной величины и неизменности её дисперсии) случайная величина F имеет распределение Фишера-Снедекора (для краткости его называют F-распределение) с $(k-1)$ степенями свободы числителя и $(N-k)$ степенями свободы знаменателя. В программе Microsoft Office Excel встроена функция

ФРАСПОБР(вероятность;число степеней свободы числителя; число степеней свободы знаменателя), которая возвращает такое число $x(\alpha, n_1, n_2)$, что $P(F > x) = \alpha$. Поэтому можно задать α вероятность практически невозможного события и если $F > x(\alpha, k-1, N-k)$, то различия групповых средних признаются значимыми.

Можно предложить и более гибкий способ использования этого критерия. В программе Microsoft Office Excel встроена ещё функция ФРАСП(x ;число степеней свободы числителя; число степеней свободы знаменателя), которая вычисляет вероятность того что $P(F > x)$. Поэтому можно найти ФРАСП($F; k-1; N-k$) и если это число может быть по мнению исследователя вероятностью практически невозможного события, то различия групповых средних признаются значимыми.